

HSBC Zertifikate-Akademie

Wie funktioniert die Bewertung von Optionen –
die Grundzüge des Binomialmodells

Liebe Leserinnen und Leser der HSBC-Zertifikate-Akademie,

in unserer heutigen Ausgabe gehen wir etwas tiefer in die Theorie als sonst. Die Namen Fischer Black und Myron Samuel Scholes werden einigen von Ihnen sicherlich etwas sagen. Diese beiden haben 1973 zusammen mit Robert Merton das sogenannte Black-Scholes-Modell zur Bewertung von Finanzoptionen veröffentlicht und damit einen Meilenstein innerhalb der Finanzwirtschaft gesetzt. Noch heute wird das Modell weltweit zur Bewertung von Optionen und Futures genutzt und findet ebenfalls bei der Bewertung der von HSBC emittierten Optionsscheine Verwendung.

Als einfache Abwandlung des Black-Scholes-Modells gilt das Binomialmodell nach Cox, Ross und Rubinstein, womit wir uns heute, im ersten Teil der zweiteiligen Akademiereihe, anhand des Beispiels des einstufigen Modells beschäftigen werden.

Was ist die Grundidee hinter dem Binomialmodell?

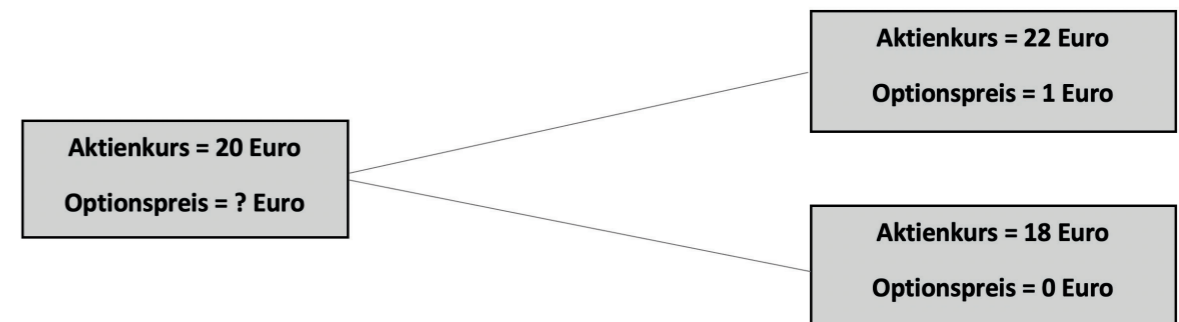
Vereinfacht gesagt ist es mithilfe des Binomialmodells möglich, den heutigen fairen Optionswert („fair value“) einer Aktienoption ausgehend von zukünftigen unsicheren Aktienkursen zu ermitteln. Dabei spielen zwei Ideen eine entscheidende Rolle: Die Random Walk-Hypothese und die Arbitragefreiheit. Ersteres beschreibt die Annahme, dass Aktienkurse sich zufällig und unab-

hängig von bisherigen Kursbewegungen mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten nach oben oder unten bewegen. Der zukünftige Aktienkurs also nicht sicher vorhergesagt werden kann. Die Arbitragefreiheit wiederum impliziert, dass höhere Gewinne nur durch das Eingehen höherer Risiken möglich sind. Also müssen für eine höhere potenzielle Rendite auch höhere Risiken eingegangen werden. Diese auf den ersten Blick etwas sperrig klingenden Begriffe erklären sich am besten in Form des folgenden Beispiels einer allgemeinen Call-Option auf die Aktie der fiktiven HSBC Akademie AG.





sicher sagen können, bei welchem Kurs die Aktie der HSBC Akademie AG in drei Monaten notieren wird, können nur Wahrscheinlichkeiten für den Eintritt der von ihnen erwarteten Aktienkurse festgelegt werden (Random Walk-Hypothese). Die untere Abbildung verdeutlicht die Situation.



Nun stellt sich die Frage nach dem fairen Optionswert der Call-Option heute („fair value“).

Das Binomialmodell nimmt an dieser Stelle an, dass Anleger trotz der oben beschriebenen Unsicherheit eine sichere Rendite haben möchten, egal wie sich der Aktienkurs entwickelt. Mit anderen Worten: Egal ob die Aktie der fiktiven HSBC Akademie AG steigt oder fällt, Anleger möchten dieselbe Rendite bekommen. Da diese Rendite in diesem Fall risikolos sein würde, muss sie aufgrund ihrer Risikolosigkeit dem risikolosen Zinssatz entsprechen (Arbitragefreiheit). Nun gilt es, ein Portfolio aus der Call-Option und der Aktie zu bilden und zwar so, dass bei beiden Kursszenarien dieselbe Rendite erwirtschaftet

Angenommen, der Aktienkurs der HSBC Akademie AG liegt heute bei 20 Euro. Anleger erwarten nun, dass der Aktienkurs in drei Monaten, im Fall eines Kursanstiegs, entweder bei 22 Euro oder, im Fall eines Kursrückgangs, bei 18 Euro liegt. Call-Optionen profitieren grundsätzlich von steigenden Kursen des Basiswerts über dem Basispreis. Im Falle eines Kursanstiegs würde die Call-Option mit dem Basispreis bei 21 Euro und dem Bezugsverhältnis von 1 einen Wert von 1 Euro aufweisen $((22 \text{ Euro} - 21 \text{ Euro}) \times 1 = 1 \text{ Euro})$. Im Falle eines Kursrückgangs würde ebendiese Call-Option 0 Euro Wert sein, da die Aktie unter dem Basispreis notieren würde. Da Anleger aber nicht

wird. Der Portfoliowert muss also bei beiden Ausgängen identisch sein.

Unter der Annahme einer Long-Position in Aktien und einer Short-Position in einer Call-Option ergibt sich der Portfoliowert im steigenden Szenario aus der Anzahl der gehaltenen Aktien multipliziert mit dem Aktienkurs von 22 Euro abzüglich des Optionswerts von 1 Euro, wobei die Anzahl der gehaltenen Aktien unbekannt ist.

$$\text{Portfoliowert} = (22,00 \text{ EUR} \times \text{Anzahl Aktien}) - 1 \text{ EUR}$$

Im fallenden Szenario hingegen ergibt sich der Portfoliowert aus der Anzahl der gehaltenen Aktien multipliziert mit dem Kurs von 18 Euro.

$$\text{Portfoliowert} = (18,00 \text{ EUR} \times \text{Anzahl Aktien}) - 0 \text{ EUR}$$

Es stellt sich die Frage, welche Aktienanzahl die beiden Portfolios zu einer identischen Rendite führt. Nach Auflösung der Gleichung

$$(22,00 \text{ EUR} \times \text{Anzahl Aktien}) - 1,00 \text{ EUR} = 18,00 \text{ EUR} \times \text{Anzahl Aktien}$$

nach der Anzahl der Aktien ergibt sich ein Portfoliowert in beiden Fällen von 4,5 Euro mit 0,25 Aktien der HSBC Akademie AG. Da die Portfoliorendite aufgrund der Risikolosigkeit in beiden Fällen eine risikolose Rendite von fiktiv 1 Prozent erwirtschaften muss, beträgt der heutige, abgezinste Wert der Zahlung von 4,5 Euro unter Berücksichtigung der Tageszählweise 4,48876 Euro. Daraus folgt nach Auflösung der untenstehenden Gleichung nach dem Optionspreis P, dass der aktuelle Optionswert 0,51124 Euro, also 51,124 Cent, betragen muss.

$$20,00 \text{ EUR} \times 0,25 - P = 5,00 \text{ EUR} - P = 4,48876 \text{ EUR}$$

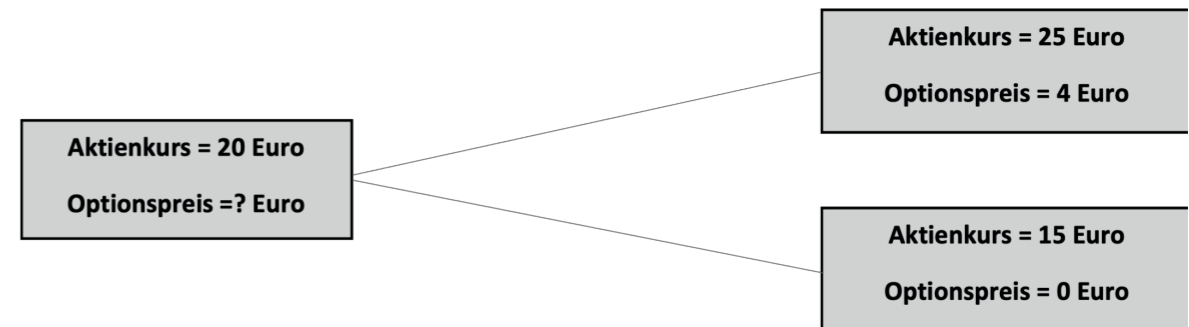
$$5,00 \text{ EUR} - P = 4,48876 \text{ EUR}$$

$$P = 5,00 \text{ EUR} - 4,48876 \text{ EUR} = 0,51124 \text{ EUR}$$

Beispiel 2 einer Call-Option

Um die zuvor erörterten Mechanismen weiter zu vertiefen, schauen wir uns nun ein weiteres Beispiel einer Call-Option mit identischen Ausstattungsmerkmalen an. Auch dieses Mal wählen wir einen Basispreis von 21 Euro, jedoch nehmen wir nun an, dass der Aktienkurs der HSBC Akademie AG nun nicht wie zuvor entweder den Wert 22 Euro oder 18 Euro annimmt. Anleger gehen nun davon aus, dass der Aktienkurs in drei Monaten, im Falle eines Kursanstiegs, bei 25 Euro oder, im Falle eines Kursrückgangs, bei 15 Euro liegen wird.

Damit würde die Call-Option bei einem Kursanstieg einen Wert von 4 Euro aufweisen ($(25 \text{ Euro} - 21 \text{ Euro}) \times 1 = 4 \text{ Euro}$). Im Falle eines Kursrückgangs auf 15 Euro würde ebendiese Call-Option 0 Euro Wert sein, da die Aktie unter dem Basispreis notieren würde. Wie bereits im vorherigen Beispiel ausgeführt, können Anleger auch hier nicht sicher sagen, welches der beiden Kurszenarien eintreten wird, sondern nur schätzen, welches Szenario mit welcher Wahrscheinlichkeit wahr wird (Random Walk-Hypothese). Die untere Abbildung verdeutlicht die Situation.



Auch hier stellt sich nun die Frage nach dem heutigen „fair value“ der Call-Option vor dem Hintergrund der skizzierten Kursszenarien. Hier folgen wir nun dem identischen Gedankengang, den wir bereits im vorher genannten Beispiel ausgeführt haben. Heutige Anleger erwarten in drei Monaten, unabhängig davon wie sich der Aktienkurs der HSBC Akademie AG entwickelt, eine identische Rendite aus der Investition. Damit gilt diese Rendite als sicher und muss gemäß dem Prinzip der Arbitragefreiheit dem risikolosen Zinssatz entsprechen. Nun gilt es zu überlegen, wie ein Portfolio aus der Call-Option und der Aktie so gebildet werden kann, dass bei beiden Kursszenarien dieselbe Rendite erwirtschaftet wird. Der Portfoliowert muss also bei beiden Ausgängen identisch sein.

Damit ergibt sich die folgende, nach der Anzahl der Aktien aufzulösende Gleichung, welche die Renditen beider Kursszenarien, wie im vorangegangenen Beispiel angeführt, gleichsetzt.

Es folgt somit, dass die Anzahl der gehaltenen HSBC Akademie AG-Aktien in beiden Portfolios 0,4 betragen muss. Damit ergibt sich in beiden Kursszenarien eine Rendite von 6 Euro, die somit sicher gilt. Um den heutigen Wert der ermittelten Rendite zu erhalten, muss diese nun unter Berücksichtigung der Tageszählweise mit dem risikolosen Zinssatz von 12 Prozent abgezinst werden, was zu einem Wert von 5,985 Euro führt.

Daraus folgt nach Auflösung der untenstehenden Gleichung nach dem Optionspreis P, dass der aktuelle Optionswert 2,015 Euro betragen muss.

$$20,00 \text{ EUR} \times 0,4 - P = 8,00 \text{ EUR} - P = 5,985 \text{ EUR}$$

$$8,00 \text{ EUR} - P = 5,985 \text{ EUR}$$

$$P = 8,00 \text{ EUR} - 5,985 \text{ EUR} = 2,015 \text{ EUR}$$

Anmerkung

Anhand der beiden nun erläuterten Beispiele kann der aufmerksame Leser nun eines feststellen. Während die Spannweite zwischen den beiden Kursszenarien im ersten Beispiel 4 Euro betrug, lag sie im zweiten Beispiel bei 10 Euro. Grundsätzlich rechnen Anleger im zweiten Beispiel mit höheren Schwankungen der HSBC Akademie AG-Aktie. Das spiegelte sich, neben unterschiedlichen Erwartungen, auch im heutigen „fair value“ der entsprechenden Call-Option wider. Dieser wuchs mit zunehmendem Auseinanderdriften der erwarteten Kursszenarien. Es ist also festzuhalten: Mit wachsender erwarteter Distanz zwischen den Szenarien steigt auch der Preis der Option. Damit haben wir den Grundstein gelegt, um den Einfluss der impliziten, also erwarteten, Volatilität auf Optionspreise zu erklären. In einem weiteren Artikel zur Bepreisung der Optionen werden wir tiefergreifender untersuchen, wie der Preis unter Einbezug von weiteren Zeitschritten erfolgt. Zur Vereinfachung haben wir in diesem Artikel nur ein Zeitintervall (von drei Monaten) berücksichtigt.

Zusammenfassung

Heute haben wir die Grundlage für das Verständnis von Modellen zur Optionsbewertung gelegt. Diese Grundideen und Konzepte werden auch im „Black-Scholes-Modell“ zur Bewertung von Optionsscheinen verwendet. Es gilt jedoch zu berücksichtigen, dass es sich tatsächlich nur um Modelle handelt. Zwar werden sie in der Praxis zur Berechnung und Beurteilung von Optionsscheipreisen eingesetzt – und dies häufig mit Erfolg. Dennoch können sie je nach Situation und je nachdem, wie gut sie im Einzelfall die Realität abbilden, auch zu Fehlschlüssen führen. Solche Modelle sind keine Indikatoren für die zukünftige Wertentwicklung eines Finanzinstruments und bei Optionsscheinen droht Anlegern unter Umständen der Totalverlust. Daher wäre es fahrlässig, an dieser Stelle ein Optionspreismodell besonders herauszuheben und als „richtig“ zu bezeichnen.

Wir hoffen, dass wir Ihnen mit diesen Ausführungen die Grundidee der Optionsbewertung näherbringen konnten und die Thematik des einstufigen Binomialmodells für Sie nachvollziehbar war. Im nachfolgenden Akademieartikel möchten wir getreu dem Spruch „Sell in May and go away!“ den Monat Mai dazu nutzen, um saisonale Börsenweisheiten historisch zu überprüfen und die Frage zu klären, inwiefern diese überhaupt zutreffend sind.

